

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成23年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は4枚ある。
3. 解答用紙は、数学 ([1])、数学 ([2])、数学 ([3])、数学 ([4]) の4枚および下書き用紙1枚の計5枚ある。
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

平成22年8月19日  
岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

## 数学

[1]

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  とするとき、次の問い(1) から(3) に答えよ。

ただし、 $s > 0$  のとき  $\Gamma(s) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^{s-1} dx$  は存在し、

$s > 1$  のとき  $\Gamma(s) = (s-1) \Gamma(s-1)$  を用いてよい。

(1)  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  を証明せよ。

(2)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$  の値を導出せよ。

(3)  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx$  の値を導出せよ。

## 数学

[2] 定数行列  $A$ 、定数ベクトル  $b$  と未知ベクトル  $x$  の間に  $Ax = b$  の関係がある。ただし、

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{である。以下の問いに答えよ。}$$

- (1)  $A$  の余因子  $D_{i,j}$  を  $a_{i,j}$ 、 $(i, j = 1, 2, \dots, n)$  を用いて表せ。
- (2)  $D_{i,j}$  を用いて  $A^{-1}$  を表せ。ただし  $A$  の行列式を  $|A|$  とし、 $|A| \neq 0$  とする。
- (3)  $x = A^{-1}b$  を  $D_{i,j}$ 、 $b_i$  を用いて表した後、これを用いて

$$x_i = \frac{1}{|A|} (b_1 D_{1,i} + b_2 D_{2,i} + \cdots + b_n D_{n,i})$$

が成立することを確認せよ。

- (4) (3) の結果を用いてクラメルの公式

$$x_i = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,i-1} & b_1 & a_{1,i+1} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \cdots & a_{2,i-1} & b_2 & a_{2,i+1} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & \cdots & a_{n,i-1} & b_n & a_{n,i+1} & \cdots & a_{n,n} \end{vmatrix} \quad (i)$$

が成立することを確認せよ。

## 数学

[3]

$3y' - 2xy + 2y^4 e^{-x^2} = 0$  を解き、一般解を求めよ。

## 数学

[4] 角周波数を $\omega$ として、関数 $f(t)$ のフーリエ変換が式 (A) で与えられるとする。ただし、 $j$ は虚数単位である。

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A})$$

以下の問い(1)、(2)にしたがって $f(t) = e^{-at^2}$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ を求めたい。

(1)  $X(\omega)$ は式 (B) の微分方程式を満たす。 $g(\omega)$ を求めよ。

$$\frac{dX(\omega)}{d\omega} = g(\omega)X(\omega) \quad (\text{B})$$

(2) (1)で求めた微分方程式 (B) を解いて、フーリエ変換 $X(\omega)$ を求めよ。このとき式 (C) を利用してもよい。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{C})$$

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成23年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

## 専門科目

### 注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は力学2枚、制御工学1枚、生産管理2枚、電子回路2枚、情報処理2枚の計9枚ある。
3. 解答用紙は、次の3つの冊子がある。  
(1)力学の冊子：力学（必須）[1]，力学（必須）[2]，下書き用紙1枚，計3枚  
(2)選択科目（その1）の冊子：選択科目（その1）[1]，選択科目（その1）[2]，  
選択科目（その1）[3]，選択科目（その1）[4]，下書き用紙1枚，計5枚  
(3)選択科目（その2）の冊子：選択科目（その2）[1]，選択科目（その2）[2]，  
選択科目（その2）[3]，選択科目（その2）[4]，下書き用紙1枚，計5枚
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 力学は必須科目であり、全員が解答すること。制御工学、生産管理、電子回路、情報処理は選択科目であり、2科目を選択して解答すること。選択科目名の欄に選択した科目の名前を記入すること。
6. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
7. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

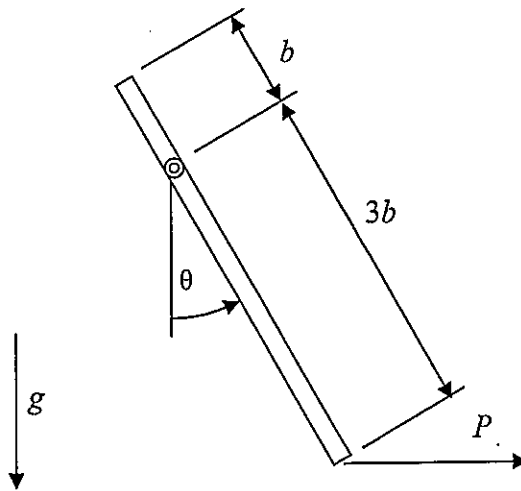
平成22年8月19日

岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

## 力学

[1] 全長  $4b$ 、質量  $M$  の細長い一様な剛体がある。図に示すように上端から  $b$  の部分で、この剛体が鉛直面内で自由に回転するように軸受けで支える。下記の問いに答えよ。ただし、軸受け部の摩擦および空気の抵抗は考えないことにする。重力加速度を  $g$  とする。

- (1) この剛体の軸受け回りの慣性モーメント  $I$  を求めよ。
- (2) 図のように剛体の下端に水平方向に力  $P$  を加える。剛体を鉛直方向から  $\theta$  傾けるのに必要な力  $P$  を求めよ。
- (3) (2)の状態、軸受けからこの剛体を受ける力の水平成分および垂直成分の大きさをそれぞれ示せ。ただし、水平方向は右向きを、鉛直方向は上向きを、それぞれ正とする。
- (4) (2)の状態から、静かに外力  $P$  を取り除く。その直後の剛体の角加速度  $\ddot{\theta}$  を求めよ。ただし、図のように  $\theta$  を反時計方向にとる。
- (5) (4)の実験を、一定の加速度  $a$  で上方に加速中のエレベータの中で行うとする。このときの  $\ddot{\theta}$  を求めよ。

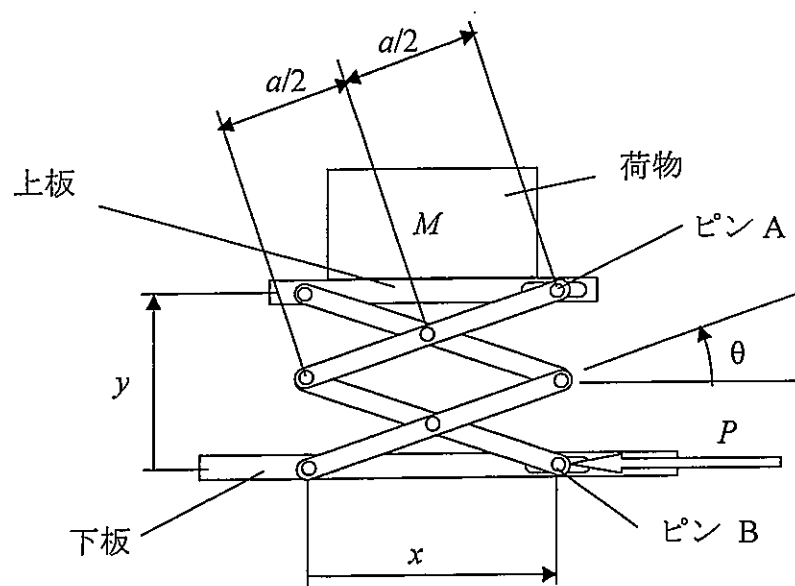


## 力学

[2] 図に示すようなリンク機構について下記の問いに答えよ。このリンク機構は図に○印で示す8個の回転自由なピンで結合されているが、これら8つのピンのうち、ピンAとピンBは図に示すようにそれぞれ上板、下板に対して水平方向にも動く。

図に示すようにピンBに水平方向の力 $P$ を加えると、 $x$ と $y$ の長さが変わり、荷物を水平に保ったまま上下に動かすことができる。荷物の質量を $M$ とする。4本のリンクの長さを $a$ とし、ピンはそれぞれのリンクの両端と真ん中に位置する。上板、下板、および、各リンクやピンの質量は無視する。重力加速度を $g$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図に示すように、水平面に対する各リンクの傾きを $\theta$ とすると、 $x$ と $y$ をそれぞれ $\theta$ の関数で表せ。
- (2)  $\dot{x}$ と $\dot{y}$ の関係を $\theta$ を使って表せ。ただし、 $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ はそれぞれ $x$ 、 $y$ の時間微分である。
- (3) このリンク機構は、力 $P$ の作用による仕事を質量 $M$ の荷物の位置エネルギーに変換する機構と見ることが出来る。これをヒントに、 $P$ 、 $M$ 、 $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ の関係を示せ。
- (4) 上記(2)と(3)の結果を用いて、質量 $M$ の荷物を持ち上げるのに必要な力 $P$ を $\theta$ の関数として示せ。





## 制御工学

- [1] ある1次遅れ要素の単位ステップ応答が、 $2(1 - e^{-2t})$ で表される。この応答をラプラス逆変換することにより、1次遅れ要素の伝達関数を求めよ。また、時定数はいくらか。

- [2] 下に示す  $n$  次の伝達関数  $G(s)$  で表される制御系のインパルス応答を表示することにより、この伝達関数で表される制御系が安定であるためには  $G(s)$  のすべての極の実数部が負でなければならないことを示せ。

$$G(s) = \frac{K}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_i) \cdots (s - p_n)}$$

- [3] フィードバック制御系が、a)安定、b)安定限界、c)不安定の場合について、それぞれの場合に対応する一巡伝達関数のベクトル軌跡(ナイキスト線図)およびボード線図を示せ。また、安定な場合について、位相余裕とゲイン余裕をベクトル軌跡およびボード線図中に示せ。さらに、ゲイン補償によりゲイン余裕を 20dB 増加させるためには、どのような値のゲインを挿入すればよいか。

- [4] 1次遅れ要素である制御対象と直列補償コントローラからなる直結フィードバック制御系を設定し、これにステップ信号が目標入力として加えられたとき、0型の系では定常偏差(オフセット)が生じるが、1型の系とすることにより定常偏差が0となることを示せ。

## 生産管理

- [1] 生産管理における管理サイクルは4つの段階で構成されている。その4つの段階をあげ、内容を説明せよ。
- [2] 下表に示す数値を用いて、次に示す(1)-(3)の単一工程スケジューリング問題の最適スケジューリング、ガントチャート、最適値を示せ。
- (1) 平均滞留時間  $\bar{F}$  最小化問題
- (2) 最大納期ずれ時間  $L_{max}$  最小化問題
- (3) 最大納期遅れ時間  $T_{max}=0$  のもとでの、 $\bar{F}$  最小化問題

ジョブ	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	J <sub>5</sub>
加工時間 (日)	6	3	1	7	5
納期 (日)	20	23	13	9	25

## 生産管理

- [3] ライン・バランシング問題において下記の記号を使い、次に示す(1)、(2)を式で表せ。

$S_{k,i}$  : 第  $k$  ステーションの第  $i$  番目の要素作業時間

$n_k$  : 第  $k$  ステーションの要素作業の数

$K$  : ワーク・ステーション数

(1) サイクル・タイム

(2) 総遊休時間

- [4] トヨタ生産方式について、次に示す(1)、(2)の問いに答えよ。

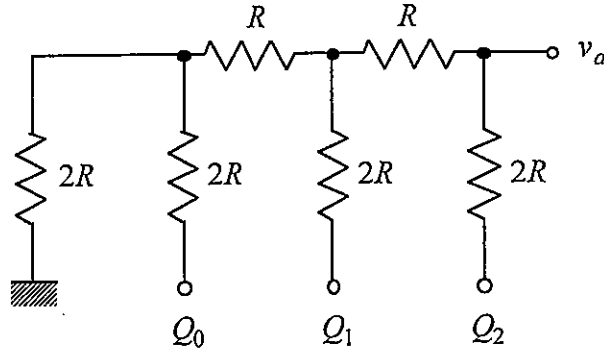
(1) トヨタ生産方式の理念を述べよ。

(2) トヨタ生産方式を実現するための手段を 3 つあげよ。

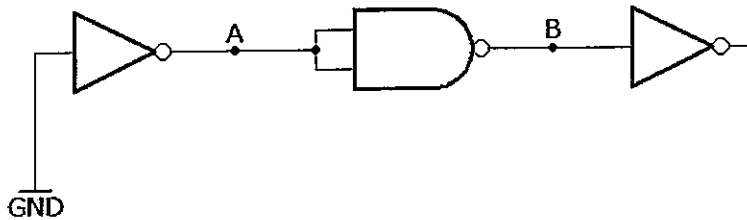
## 電子回路

[1] 図の DA 変換回路において、以下の問いに答えよ。ただし、デジタル入力が 0 とは、その入力をアース（グラウンド）に接続することを意味し、また、 $V > 0$  とする。

- (1) デジタル入力  $Q_0$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$  が、それぞれ、0、0、 $V$  のとき、アナログ電圧出力  $v_a$  を求めよ。
- (2) デジタル入力  $Q_0$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$  が、それぞれ、 $V$ 、0、0 のとき、アナログ電圧出力  $v_a$  を求めよ。



[2] 下図に示すデジタル IC の回路について、以下の問いに答えよ。なお、全ての IC の入出力端子は、標準的な TTL (Transistor Transistor Logic) の入出力端子であり、かつ、入出力電流特性は表に示されているとおりである。また、全ての端子は同じ特性を有するものとする。



入出力電流特性の表

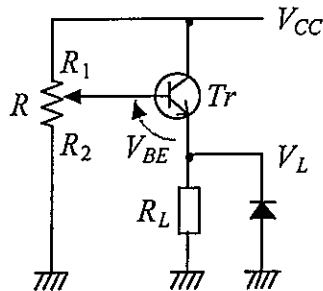
	$I_{IL}$	$I_{IH}$	$I_{OL}$	$I_{OH}$
電流値	0.4	20	8	0.4

$I_{IL}$  : L レベル入力電流 (最大値) [mA]     $I_{IH}$  : H レベル入力電流 (最大値) [ $\mu$ A]  
 $I_{OL}$  : L レベル出力電流 (許容値) [mA]     $I_{OH}$  : H レベル出力電流 (許容値) [mA]

- (1) A 点における電圧レベル、および、電流の向きと大きさについて説明せよ。
- (2) B 点における電圧レベル、および、電流の向きと大きさについて説明せよ。

## 電子回路

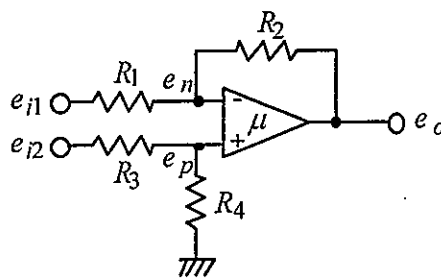
[3] 許容電力が小さな可変抵抗器を用いてモータの端子電圧を制御する場合には、図のトランジスタによる電圧制御回路がしばしば用いられる。以下の問いに答えよ。ただし、 $R_L$ はモータの等価的なインピーダンスであり、 $R_1 + R_2 = R$ である。また、トランジスタの直流電圧増幅率とベース-エミッタ間の電圧降下を、それぞれ $h_{FE}$ 、 $V_{BE}$ とする。



- (1) 可変抵抗器で消費される電力はどの程度になるかを説明せよ。
- (2) トランジスタのエミッタ側に接続されたダイオードの働きを説明せよ。
- (3) トランジスタのベースに流れる電流 $i_B$ を求めよ。

[4] オペアンプ回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) 理想的なオペアンプにおいては、増幅度、入力インピーダンス、および、出力インピーダンスは、それぞれどのような値となるかを説明せよ。
- (2) オペアンプの特性としてのゼロ点変動（ゼロ・ドリフト）を説明せよ。
- (3) 図の差動増幅回路において、2つの入力端子にそれぞれ $e_{i1}$ と $e_{i2}$ の電圧を加えたときの出力電圧 $e_o$ を求めよ。



## 情報処理

[1] ( ) で指示された方法を用いて、以下の a)~c) の論理式を簡単化せよ。

a)  $X = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot C$  (ブール代数の公式)

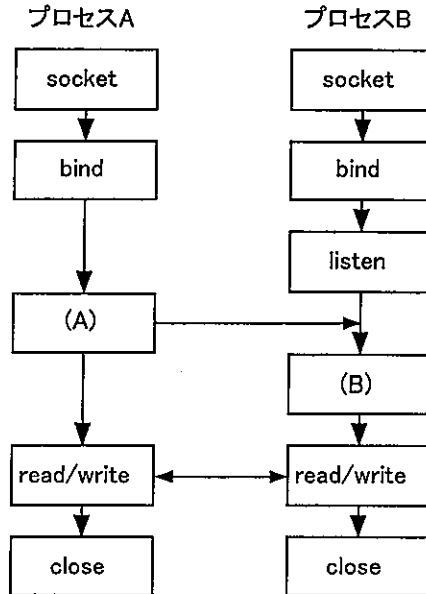
b)  $X = \overline{A \cdot \bar{B}} + \overline{A + B}$  (ド・モルガンの定理、および、ブール代数の公式)

c)  $X = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D$  (カルノー図)

[2] ある特定のボタン A を 2 回続けて押すとカギが開く金庫がある。その開錠判定の回路を以下の手順に従って作成せよ。但し、入力を X (1: ボタン A が押されている、0: ボタン A が押されていない)、出力を Z (1: 開錠する、0: 開錠しない) とし、1 回目のボタン A がまだ押されていない状態を  $q_0$ 、1 回目のボタン A が押された後の状態を  $q_1$  とする。また、入力は、1 回ずつクロックに同期して行われるものとする。なお、開錠後は、 $q_0$  の状態に戻るものとする。

- (1) 状態遷移図を描け。
- (2) 状態遷移表を書け。
- (3) 回路図を描け。但し、D フリップフロップを用いること。

[3] 図は UNIX 系オペレーティングシステムにおけるソケットを用いたプロセス間通信の手順を示している。以下の問いに答えよ。



- (1) プロセスとは何かを説明せよ。
- (2) 「bind」システムコールによって行っている処理の内容を説明せよ。
- (3) 手順(A)および(B)での処理の内容をそれぞれ説明せよ。

[4] 下記のC言語のプログラムについて、以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#define DATA_NUM 6
#define MIN_VALUE 999

void func1(int data[], int num) {
    int sum=0, i, min, min_index;
    /* min_index は、最小値を示す配列の添え字を格納する。 */
    min = MIN_VALUE;
    for (i=0; i<num; i++) {
        if ( (A) ) { min=data[i]; (B) }
    }
    for (i=0; i<num; i++) {
        if ( (C) ) sum += data[i];
    }
    printf("%d\n", sum);
}

void func2(int data[], int num, int w, double rdata[]) {
    int i, j;
    for (i=0; i<num; i++) {
        if (i < w-1) {
            rdata[i] = (double)data[i];
        } else {
            rdata[i]=0.0;
            for (j=i-w+1; j<=i; j++) rdata[i] += (double)data[j];
            rdata[i] = rdata[i]/(double)w;
        }
    }
}

int main() {
    int i, data[DATA_NUM]={10, 4, 1, 7, 4, 10};
    double rd[DATA_NUM];
    func1 (data, DATA_NUM);
    func2 (data, DATA_NUM, 3, rd);
    for (i=0; i<DATA_NUM; i++) printf("%5.1lf", rd[i]); /* (D) */
    return 0;
}
```

- (1) 関数 func1 は、最小値を除く合計を求める関数である。宣言された変数を用いて、空欄(A)～(C)に埋めるべき命令文を書け。
- (2) 関数 func2 の処理内容を説明し、その結果の出力を行う(D)のコメントが付いた行(関数 main 内)の printf 文による出力結果をすべて書け。
- (3) 上記のプログラムでは、関数の引数に配列が用いられている。関数の実引数に配列名を書いた場合、配列の何が関数の仮引数に渡されるかを説明せよ。