

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成24年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は4枚ある。
3. 解答用紙は、数学 ([1])、数学 ([2])、数学 ([3])、数学 ([4]) の4枚および下書き用紙1枚の計5枚ある。
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

平成23年8月18日  
岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

## 数学

[1] 問い(1)と(2)に答えよ。

(1) 次の不定積分を求めよ。ただし、 $r > 0$ とする。

$$\int \frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

(2) 半径 $r$ の円の弧の全長 $L$ を求める問題について答えよ。

(a) 円の方程式 $x^2 + y^2 = r^2$ から $dy/dx$ を求めよ。

(b)  $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ を求めよ。

(c)  $L/2$ は $\int_{-r}^r \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ であることから $L$ を求めよ。

## 数学

[2] 実対称行列  $A$  に関する次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の異なる固有値を  $\alpha_i, \alpha_j$  ( $i \neq j$  のとき  $\alpha_i \neq \alpha_j$ ) とし、それぞれに対する固有ベクトルを  $x_i, x_j$  とする。これらが満たす固有値と固有ベクトルの定義式を  $i$  と  $j$  について示せ。
- (2) 上記の結果を用いて  $x_j^T A x_i$  を、 $\alpha_i$  を含む形で表せ。ただし  $T$  は転置を意味する。
- (3) 上記の結果を用いて  $x_j^T A x_i$  を、 $\alpha_j$  を含む形で表せ。
- (4) 上記の結果を用いて  $x_i \perp x_j$  を示せ。

## 数学

[3] 次の連立微分方程式の一般解を求めよ。

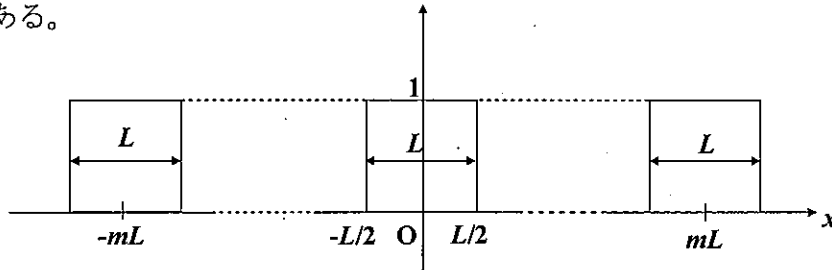
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x + y = e^{-t} \\ \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = 2e^{-t} \end{cases}$$

## 数学

[4] 問い(1)と(2)に答えよ。

(1)  $f(x)$  を下図のような高さ 1、幅  $L$ 、周期  $mL$  ( $m$  は 2 以上の整数) の方形波とする。

この方形波の複素フーリエ級数  $f(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$  のフーリエ係数  $c_n$ 、 $c_0$  を求めよ。 $j$  は虚数単位である。



(2)  $\omega$  を角周波数、関数  $f(t)$  のフーリエ変換を  $X(\omega)$  とする。このとき、問い(a)と(b)に答えよ。

(a)  $j$  を虚数単位として、 $f(t)$  の  $t$  に関する  $n$  階微分のフーリエ変換は式 (A) で与えられることを示せ。ただし、 $t \rightarrow \pm\infty$  で  $f(t) \rightarrow 0$  とする。

$$(j\omega)^n X(\omega) \quad (\text{A})$$

(b) (a) を利用して、以下の微分方程式 (B) を満たす  $f(t)$  のフーリエ変換  $X(\omega)$  を求めよ。

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2 \frac{df(t)}{dt} + tf(t) = 0, \quad -\infty < t < \infty \quad (\text{B})$$

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成24年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

## 専門科目

### 注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は力学2枚、制御工学1枚、生産管理1枚、電子回路2枚、情報処理2枚の計8枚ある。
3. 解答用紙は、次の3つの冊子がある。  
(1)力学の冊子：力学（必須）[1]、力学（必須）[2]、下書き用紙1枚、計3枚  
(2)選択科目（その1）の冊子：選択科目（その1）[1]、選択科目（その1）[2]、  
選択科目（その1）[3]、選択科目（その1）[4]、下書き用紙1枚、計5枚  
(3)選択科目（その2）の冊子：選択科目（その2）[1]、選択科目（その2）[2]、  
選択科目（その2）[3]、選択科目（その2）[4]、下書き用紙1枚、計5枚
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 力学は必須科目であり、全員が解答すること。制御工学、生産管理、電子回路、情報処理は選択科目であり、2科目を選択して解答すること。選択科目名の欄に選択した科目の名前を記入すること。
6. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
7. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

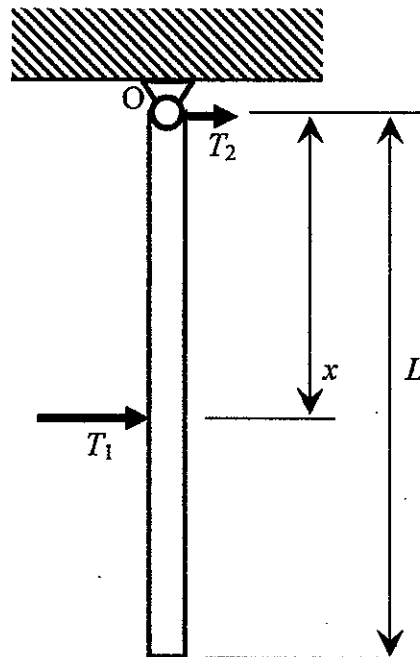
平成23年8月18日

岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

## 力学

[1] 長さ  $L$ 、質量  $M$  の一様な棒が、棒の一端の回転軸  $O$  まわりに自由に回転することができるものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 回転軸  $O$  まわりの棒の慣性モーメント  $I$  を  $L$  および  $M$  を用いて表せ。
- (2) 回転軸  $O$  から距離  $x$  の位置で棒に垂直に撃力  $T_1$  を与える。このとき、棒は回転軸から  $T_2$  の撃力を受けるものとする。棒の重心の速度を  $v$  として、運動量に着目したつり合いの式と角運動量に着目したつり合いの式を示せ。
- (3) 棒の重心の速度  $v$  を求めよ。また撃力  $T_1$  が与えられた直後の棒の角速度  $\omega$  を求めよ。ただし、それぞれ  $T_1$ 、 $M$ 、 $L$ 、 $x$  を用いて表すこと。
- (4) 棒が回転軸から受ける撃力  $T_2$  を  $T_1$ 、 $L$ 、 $x$  を用いて表せ。
- (5) 撃力  $T_1$  を与える点の距離  $x$  を  $x = L$  とするとき、棒が回転軸から受ける撃力  $T_2$  の向きは、 $T_1$  に対してどのような関係になるか。理由とともに述べよ。



## 力学

[2] 重力の影響を無視できる宇宙空間において、長さ  $L$  の糸が両端を固定され、水平に張られているものとする。下図のとおり糸の一端から距離  $x$  の位置に質量  $m$  のおもりをつける。このとき糸の張力を  $S$  とし、以下において  $S$  は一定と仮定する。以下の問いに答えよ。

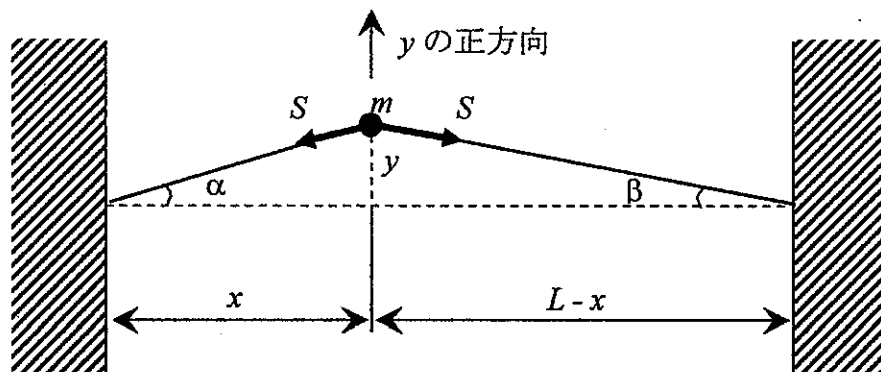
(1) おもりを水平面内で糸に垂直な方向にわずかに変位させる。糸に垂直な方向の変位を  $y$  で表すとき、この  $y$  に関するおもりの運動方程式を示せ。ただし、下図の通り微小角  $\alpha$ 、および  $\beta$  を用いよ。

(2) (1)の状態からおもりを水平面内で微小振動させる。ただし、外力は加わらないものとし、また角度  $\alpha$ 、および  $\beta$  は微小であり、 $\sin \alpha = \tan \alpha$ 、 $\sin \beta = \tan \beta$  の関係が成り立つものとする。角振動数  $\omega$  および周期  $T$  を  $S$ 、 $m$ 、 $L$ 、 $x$ 、 $y$  のうち必要なものを用いて表せ。

(3) 時刻  $t = 0$  において、おもりに対して糸に垂直 ( $y$  方向) 上向きの初速度  $v_0$  を与えて微小振動させる。ただし、初期変位  $y_0 = 0$  とし、また減衰は無視するものとする。振動を  $y = A \sin(\omega t + \phi)$  と表すとき、振幅  $A$  および初期位相  $\phi$  を求めよ。

(4) (3)の条件でおもりが受ける最大の力  $F$  (糸に垂直な方向) の大きさを求めよ。

(5) (3)の条件で糸の一端からおもりまでの距離  $x$  を変化させるとき、最小となる  $F$  の大きさを求めよ。





## 制御工学

[1]ある制御系の単位インパルス応答が、 $5e^{-5t}$  で表される。この制御系の単位ステップ応答を求めよ。

[2]伝達関数 $G(s)=1/\{2s(2s+1)\}$ のボード線図の概形を描け。線図を特定するために必要な情報はすべて記入すること。

[3]以下の問いに答えよ。

(1)一巡伝達関数が、時定数5秒の1次遅れ要素となる直結フィードバック制御系において、単位ステップ入力に対する定常偏差が0.1であった。この一巡伝達関数を求めよ。

(2)一巡伝達関数 $G_0(s)$ について、ゲイン余裕(dB 単位表示)と位相余裕を求める式を示せ。また、これらの余裕をボード線図上で表示せよ。さらに、ゲイン余裕を20dB増加させるためにはどのような方法が考えられるか述べよ。

[4]下記の用語の意味を図と文を用いて説明せよ。

- (1) 立ち上がり時間
- (2) 整定時間
- (3) オーバーシュート
- (4) バンド幅
- (5) ピークゲイン

## 生産管理

[1] 以下の問い (1) ~ (3) の生産管理の用語を、それぞれ説明せよ。

- (1) パレート図と ABC 分析
- (2) PDCA サイクル
- (3) PTS 法

[2] プロジェクト計画において、各プロジェクトが要する作業日数と先行プロジェクトが、表1の通りであるとき、プロジェクト全体のアローダイヤグラムを描き、クリティカルパスをノード番号で答えよ。なお、クリティカルパスの導出過程も示すこと。

表1 プロジェクトの作業日数と先行プロジェクト

プロジェクト	A	B	C	D	E	F	G
作業日数 (日)	9	8	5	1	6	2	3
先行プロジェクト	—	—	B	A, C	B	A, C, E	D, E

[3] ジョブ  $J_1$ 、 $J_2$  を4台の機械  $M_1 \sim M_4$  で処理する加工技術的順序と作業時間が表2の通り与えられている。この時、エイカーの図的解法を用いて、最大滞留時間最小となるスケジュールのガントチャートとその時の最大滞留時間を解答せよ。

表2 ジョブショップ・スケジューリング情報

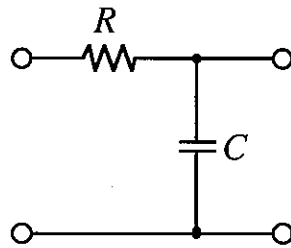
ジョブ	加工技術的順序 (作業時間 (h))			
	第1工程	第2工程	第3工程	第4工程
$J_1$	$M_1$ (2)	$M_2$ (3)	$M_3$ (2)	$M_4$ (1)
$J_2$	$M_4$ (1)	$M_2$ (2)	$M_1$ (3)	$M_3$ (2)

[4] ウイルソンの EOQ モデルに基づき、計画時間を  $L$ 、総需要量を  $D$ 、毎回の発注量を  $Q$ 、単位時間当たりの在庫保管費用を  $C_h$ 、発注1回当たりの発注費用を  $C_o$ 、としたときの、最適発注時間間隔  $T^*$  を導出せよ。また、EOQ モデルの実務上の問題点を3つ挙げよ。

## 電子回路

[1] ノイズを除去する目的で、ローパスフィルタ回路が用いられる。図の抵抗とコンデンサで構成されるローパスフィルタについて、以下の問いに答えよ。

- (1) ローパスフィルタの意味を説明せよ。
- (2) 伝達関数を求めよ。
- (3)  $R = \frac{50}{\pi} [\text{k}\Omega]$ 、 $C = 0.05 [\mu\text{F}]$ とする時、折点周波数を求めよ。



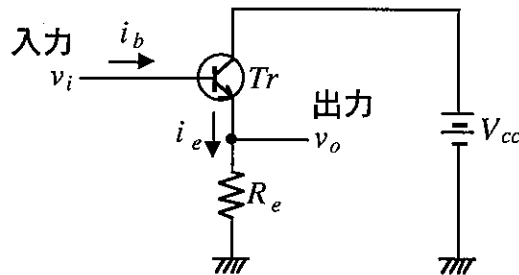
[2] 4つの評価項目から審査されるコンクールがある。それぞれの評価項目の満点は、評価項目 A は 35 点、評価項目 B と C は 25 点、評価項目 D は 15 点である。合計点が 60 点以上でコンクールに入選となる。以下の問いに答えよ。

- (1) それぞれの評価項目は満点か 0 点のどちらかであるとして、コンクールの審査結果 (X) を与える真理値表を作成せよ。ここで、評価項目が「満点」の場合を「1」、「0 点」の場合を「0」とし、「入選」を「1」、「落選」を「0」とする。
- (2) コンクールの審査結果を与える論理式を示せ。
- (3) コンクールの審査結果を与える論理回路を設計せよ。

## 電子回路

[3] 入力インピーダンスが低い電子回路の前段に、図のエミッタホロワ回路を追加して入力インピーダンスを大きくすることを考える。

- (1) エミッタホロワ回路を入力インピーダンスの低い回路の前段に付加しても問題ないことの理由を説明せよ。
- (2) 図のエミッタホロワ回路の入力インピーダンスを求めよ。ただし、トランジスタの  $h_{fe}$  は 100 とし、ベースとエミッタ間の電圧  $V_{BE}$  は、 $V_{BE} = 0$  として良い。



[4] 微弱なセンサ信号を増幅して観察するために、オペアンプを用いた増幅回路を設計することを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 電圧増幅率を 1000 倍以上とする時には、信号に含まれるノイズやオペアンプのゼロ点からのずれも増幅されることが問題である。この問題への対処方法を説明せよ。
- (2) (1)の対処方法に従って、電圧増幅率が 1200 倍のオペアンプを用いた増幅回路を設計し、回路図を示せ。
- (3) 実際にオペアンプ回路を組立てる場合の回路図に表現されていない留意点を説明せよ。

## 情報処理

- [1] 2進数の実数を、符号部に1ビット、指数部に8ビット、仮数部に23ビットを割り当てて、この順に並んだ32ビットの浮動小数点形式で表現する。また、以下の計算で10進数に変換されるものとする。

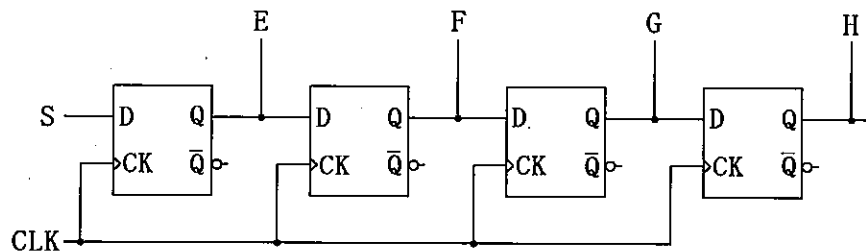
$$-1^{\text{符号部の値}} \times (1 + \text{仮数部の値}) \times 2^{(\text{指数部の値} - 127)}$$

ここで、仮数部は整数部分が1であるような2進数の小数部分である。  
(例：1.00110000 の下線を引いた 00110000 の部分)

このとき、以下の(1)～(3)の手順に従って、10進数の-24.5を浮動小数点形式の2進数に変換せよ。

- (1) 24.5を固定小数点形式の2進数に変換せよ。
- (2) (1)の結果を用いて、仮数部と指数部の値を求め、2進数で示せ。
- (3) (1)(2)の結果を用いて10進数の-24.5を32ビットの浮動小数点形式に変換し、その結果を16進数表記で示せ。

- [2] 以下のDフリップフロップを用いた回路は、シフトレジスタと呼ばれる回路である。以下の(1)～(4)の問いに答えよ。



- (1) 入力Sにクロック(CLK)に同期した時系列データ{0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0}を与えた場合のE～Hに出力される値を時系列データで示せ。なお、EFGHの初期値は、0000とする。
- (2) 入力をS、出力をHと考えると、この回路はどういう働きをするか述べてよ。
- (3) この回路はシリアル・パラレル変換の回路としても利用できる。この場合は、回路のどの部分をそれぞれ入力および出力として考えればよいか説明せよ。
- (4) EFGHを1つの2進数の整数値と考えると、この回路は、クロック(CLK)に同期してEFGHの元の値を2で割る回路としても利用できる。その場合、Sには、どのような値を入力すればよいか答えよ。但し、Eを最上位ビットとし、負の数は、2の補数で表現されているものとする。

- [3] コンピュータのCPU(中央処理装置)について、以下の問いに答えよ。

- (1) CPUを構成する制御装置、演算装置について、各々その機能を説明せよ。
- (2) 制御装置、演算装置で用いられる代表的なレジスタを3つ挙げて説明せよ。

## 情報処理

[4] 下記のC言語のプログラムについて、以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#define SIZE 10
int data[SIZE]={1, 20, 13, 40, 5, 7, 3, 18, 9, 35};

void sort() {
    int i, j, w;
    for (i=1; i<SIZE; i++) {
        w = data[i];
        for (j=i; data[j-1]>w; j--) data[j]=data[j-1];
        data[j]=w;
        for (j=0; j<SIZE; j++) printf("%3d", data[j]); printf("\n");    (A)
    }
}

int search(int sdata) {
    int a=0, b=SIZE-1, m;
    while (a <= b) {
        m = (B);
        printf("a=%d, b=%d, m=%d\n", a, b, m);    (C)
        if (data[m] == sdata) return m;
        if ((D)) a=m+1; else (E);
    }
    if (data[m] == sdata) return m; else return -1;
}

int main(void) {
    int i, d;
    printf("Input number = "); scanf("%d", &d);
    sort(); i = search(d);
    if (i != -1) printf("data[%d] is %d.\n", i, d);
    else printf("Not found.\n");
    return 0;
}
```

下線(C)の出力結果の例  
(a) sdata = 10 の場合  
a=0, b=9, m=4  
a=5, b=9, m=7  
a=5, b=6, m=5  
  
(b) sdata = 5 の場合  
a=0, b=9, m=4  
a=0, b=3, m=1  
a=2, b=3, m=2

- (1) 関数 sort は、配列 data を昇順に並べ替える関数である。その処理の途中経過を出力する下線 (A) の printf 文による出力結果をすべて書き、ここで用いられている並べ替えのアルゴリズムを説明せよ。
- (2) 関数 search は、二分探索法により配列 data 中に sdata と同じ値のデータが存在するかを判定する関数である。下線 (C) の出力結果の例を参考に、宣言された変数を用いて空欄 (B)、(D)、(E) に埋めるべき命令文を書け。
- (3) 上記の方法以外のソート（データ並び替え）とサーチ（データ探索）の方法をそれぞれ一つ挙げ、そのアルゴリズムを簡潔に述べよ。