

岡山大学大学院自然科学研究科
平成25年度博士前期課程入学試験問題
機械システム工学専攻システム系

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は4枚ある。
3. 解答用紙は、数学〔1〕、数学〔2〕、数学〔3〕、数学〔4〕の4枚および下書き用紙1枚の計5枚ある。
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよいが、その場合、裏に記入していることを表の頁に書いておくこと。

平成24年8月23日
岡山大学大学院自然科学研究科
機械システム工学専攻システム系

数 学

[1] 問い(1)~(3)に答えよ。

(1) 次の極限值を求めよ。

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{2x^2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$$

(2) $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$ について答えよ。

(a) $\frac{1}{x^2 - 4}$ を部分分数展開せよ。

(b) (a)の結果を用いて、与式の不定積分を求めよ。

(3) 関数 $f(x, y) = ye^{-x^3}$ の全微分を求めよ。

数 学

[2] 次の $(n+1) \times (n+1)$ 行列の行列式について、下の設問に答えよ。

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \\ 0 & -1 & x & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & a_2 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & x & a_1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 & a_0 \end{vmatrix} = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

- (1) $n = 3$ の場合について、第 4 列について列展開して上式が成立することを確かめよ。
- (2) 以下の設問では任意の n ($n = 3, 4, \dots$) に対して考える。 $x = 0$ について、上式が成立することを確かめよ。
- (3) $x \neq 0$ のとき、第 $(n+1)$ 列について列展開せよ。
- (4) $x \neq 0$ のとき、(3) の結果を用いて上の行列式の展開を示せ。

数 学

[3] 次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 6x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} - 5y = 0$$

数 学

[4] 次の問い(1)と(2)に答えよ。

(1) 次の関数のラプラス変換を求めよ。

$$\int_0^t \frac{\sin x}{x} dx$$

(2) パーシバルの等式と式(A)で与えられる関数のフーリエ変換を利用して、式(B)の積分を求めよ。式(A)において、 $u(x)$ は単位ステップ関数、 $a > 0$ である。

$$f(x) = e^{-ax}u(x) \quad (\text{A})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + a^2} dx \quad (\text{B})$$

岡山大学大学院自然科学研究科
平成25年度博士前期課程入学試験問題
機械システム工学専攻システム系

専門科目

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は力学2枚、制御工学1枚、生産管理2枚、電子回路2枚、情報処理2枚の計9枚ある。
3. 解答用紙は、次の3つの冊子がある。
 - (1)力学の冊子：力学（必須）[1]，力学（必須）[2]，下書き用紙1枚，計3枚
 - (2)選択科目（その1）の冊子：選択科目（その1）[1]，選択科目（その1）[2]，選択科目（その1）[3]，選択科目（その1）[4]，下書き用紙1枚，計5枚
 - (3)選択科目（その2）の冊子：選択科目（その2）[1]，選択科目（その2）[2]，選択科目（その2）[3]，選択科目（その2）[4]，下書き用紙1枚，計5枚
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 力学は必須科目であり、全員が解答すること。制御工学、生産管理、電子回路、情報処理は選択科目であり、2科目を選択して解答すること。選択科目名の欄に選択した科目の名前を記入すること。
6. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
7. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよいが、その場合、裏に記入していることを表の頁に書いておくこと。

平成24年8月23日
岡山大学大学院自然科学研究科
機械システム工学専攻システム系

力学

[1] 図1に示すように、点O回りに x y 平面(水平面)内を回転する長さ l の剛体の棒の先端に、質量 m の質点が固定されている。棒の回転は図に示すように x 軸からの角度 θ で表すことにする。 l は定数である。

- (1) 質点の位置 x, y をそれぞれ θ を用いて表せ。
- (2) 質点の速度の x, y 成分 \dot{x}, \dot{y} をそれぞれ θ を用いて表せ。ただし、それぞれの変数の時間微分は変数の上に \cdot をつけて表すことにする。
- (3) 同様に質点の加速度の x, y 成分 \ddot{x}, \ddot{y} をそれぞれ θ を用いて表せ。ただし、それぞれの変数の時間の2階微分は変数の上に $\cdot\cdot$ をつけて表すことにする。
- (4) 棒が一定の角速度 ω で回転しているとき、棒から質点に作用する力の x, y 成分をそれぞれ θ の関数として示せ。
- (5) $\theta=0$ の位置で棒が静止した状態から角加速度 α で回転を始める瞬間における、棒から質点に作用する力の x, y 成分をそれぞれ示せ。

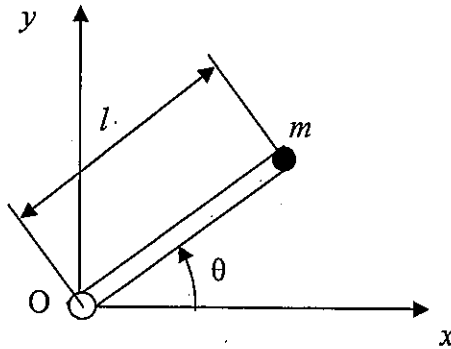


図1

力 学

[2] 図 2 に示すように、直交座標系 xyz の xy 平面において $x=1$ 、 $y=0$ 、 $y=x$ の 3 つの直線によって囲まれてできる薄い均一な三角形の板 OAB について、下記の問いに答えよ。板の単位面積当たりの質量を 1 とする。

- (1) 板の質量 m と重心の位置 (x_G, y_G) を答えよ。(途中の計算過程は省略してもよい)
- (2) z 軸回りの板の慣性モーメント J を求めよ。

次に、 z 軸が水平になるようにこの板を立て、 z 軸回りに摩擦なく自由に回転するように支持する。重力加速度を g とする。

- (3) 点 A に柔らかい糸を取り付け、図 3 に示すように鉛直上方に力を加える。辺 OB が水平となり安定するとき、重力によって生じる板の点 O 回りのモーメント M を求めよ。また、糸の張力 F を求めよ。
- (4) (3)の状態から静かに糸を切り離すと、板は点 O 回りに回転を始める。回転を始める瞬間の角加速度を求めよ。糸の質量は無視せよ。

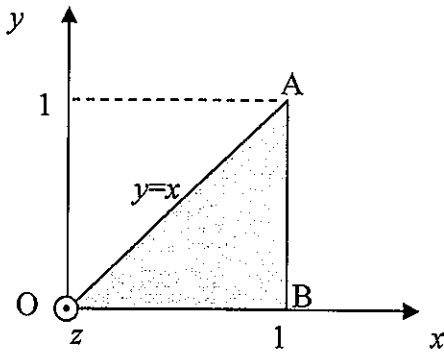


図 2

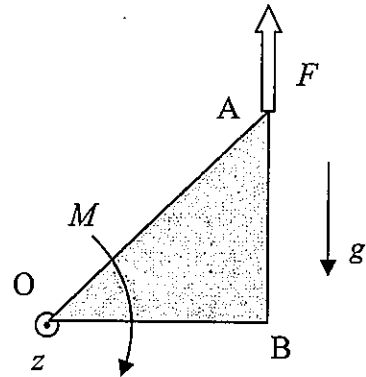


図 3

制御工学

- [1] 折点周波数 $\omega=0.5\text{rad/s}$ 、定常ゲイン(低周波数域でのゲイン)が 20dB の1次遅れ要素について、次の問いに答えよ。
- (1) 伝達関数を示せ。
 - (2) インパルス応答とステップ応答を求めよ。
- [2] 2次遅れ要素となる機械振動系と電気回路を示し、それぞれの伝達関数を求めよ。また、それぞれについて固有角周波数 ω_n と減衰係数 ζ を示せ。伝達関数の導出において、機械振動系と電気回路のそれぞれについて、入力と出力および必要な変数をそれぞれ定義して用いよ。
- [3] 一巡伝達関数が $G_0(s)=K/(1+Ts)$ で表される直結フィードバック制御系(フィードバック要素の伝達関数が1の制御系)について、次の問いに答えよ
- (1) 単位ステップ入力に対する定常偏差が 0.1 であった。Kの値はいくらか。
 - (2) この場合の単位ランプ入力に対する定常偏差を求めよ。
 - (3) ステップ入力に対する定常偏差を0にするための方法を示せ。
- [4] 一巡伝達関数が $G_0(s)=K/\{s(s+1)^2\}$ で表される制御系について、次の問いに答えよ。
上記伝達関数のゲインや位相を改めて計算することなく、伝達関数を構成する各基本要素に関する知識を用いて解答することが望ましい。解答では、 $10\log_{10}2=3.01$ とせよ。
- (1) $K=0.1$ の場合のゲイン余裕を求めよ。
 - (2) ゲイン余裕を、(1)の場合より 20dB 増加させるためには K の値をいくらにすればよいか。

生産管理

[1] 線形計画問題:

$$\text{目的関数: } 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{maximizing}$$

$$\text{制約条件: } 2x_1 + 3x_2 \leq 1500$$

$$2x_2 + 4x_3 \leq 800$$

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 2500$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

を解いたところ、シンプレックス法により、初期基底解(初期解)からスタートし、以下の表のような最適解の結果を得た。ただし、 x_4, x_5, x_6 はスラック変数を表す。このとき、以下の問題に答えよ。

	c_i		3	5	4	0	0	0	
		基底変数	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	基底変数の値
初期解	0	x_4	2	3	0	1	0	0	1500
	0	x_5	0	2	4	0	1	0	800
	0	x_6	3	2	5	0	0	1	2500 (b_3)
			3	5	4	0	0	0	0
最適解	3	x_1	1	0	0	0.05	-0.375	0.3	525
	5	x_2	0	1	0	0.3	0.25	-0.2	150
	4	x_3	0	0	1	-0.15	0.125	0.1	125
			0	0	0	-1.05	-0.625	-0.3	2825

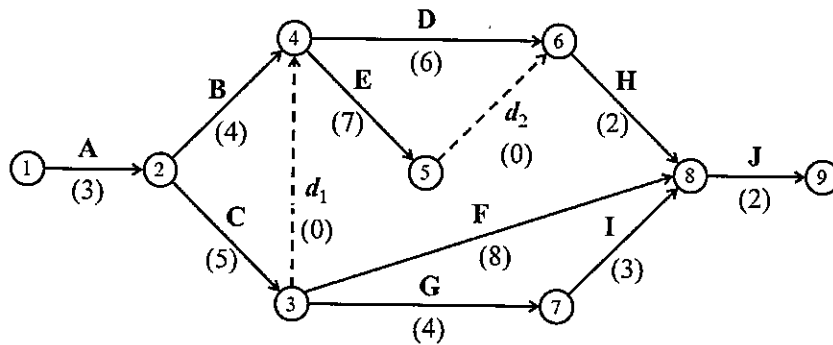
(1) 反復回数 0 における初期基底解 x_6 に対する基底変数の値 b_3 が 2500 から 1800 に変更された場合の最適解および解の値を求めよ。

(2) 初期基底解 x_6 に対する基底変数の値 b_3 が変化しても、上記の表で与えられた最適解での基底変数の組合せが (x_1, x_2, x_3) から変化しない b_3 の範囲を求めよ。

[2] 日毎の牛乳の需要量が 500,000cc から 1,000,000cc の一様分布に従うものとする。このとき、500cc あたり 40 円で仕入れた牛乳を 10 円の経費を使って 500cc のパックに分け、これを 1 パック 140 円で販売し、その日の売れ残りはパックあたり 10 円の経費を使って廃棄するものとする。期待利益を最大にする最適仕入量を求めよ。

生産管理

- [3] 下記の PERT ネットワークに関して、クリティカル・パスを求めよ。ただし、 \rightarrow (アロー) に付されたアルファベットと()内の数値はそれぞれ要素作業名と要素作業時間を表す。また、破線で表されるアロー d_1, d_2 はダミーを意味する。



- [4] サービス窓口がひとつの待ち行列システム(以下、システム)において、客の到着は10分あたり平均3人のポアソン分布に従うものとする。また、個々の客へのサービス時間は平均2分の指数分布に従うものとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) このシステムに関するトラフィック密度を ρ として、これを求めよ。
- (2) システムに客が n 人存在する確率を $p_n, n=0,1,2,\dots$ と表すものとして、 p_0 を求めよ。
- (3) このシステムに3人以上の客が存在する確率を求めよ。

電子回路

[1] 抵抗 R とコイル (インダクタンス: L) を直列に接続した回路に、 $E \sin \omega t$ の電圧を加えた場合の、コイルの両端の電圧 V_L を求めよ。

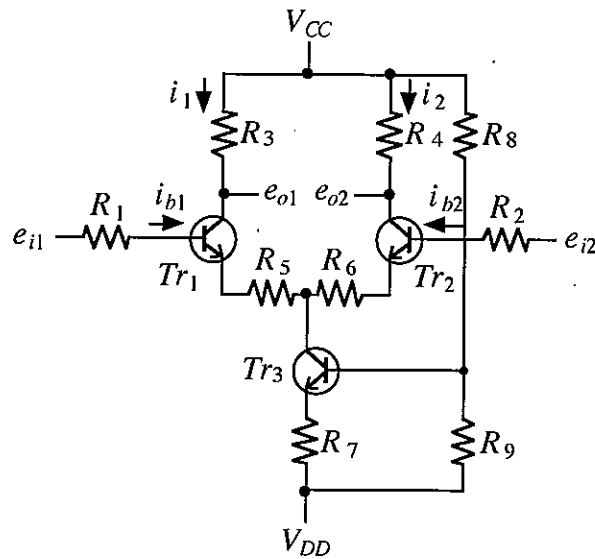
[2] 以下の論理式を満たす動作をするロジック回路を設計したい。以下の問いに答えよ。

$$\bar{B} \cdot C + C \cdot \bar{A} + B \cdot A + \bar{C} \cdot A$$

(1) 論理式を簡単化せよ。

(2) 論理式を満たす動作をするロジック回路を、2 入力 NAND ゲートを 4 個以内で設計し、回路図を描け。

[3] 下図の差動増幅回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $R_3 = R_4$ 、 $R_5 = R_6$ とする。また、 Tr_1 と Tr_2 に関して、直流電流増幅率 h_{FE1} 、 h_{FE2} は大きいものとし、ベース・エミッタ間電圧降下 V_{BE1} 、 V_{BE2} は無視して良い。



(1) トランジスタ Tr_3 のベース電圧を求めよ。

(2) トランジスタ Tr_3 のコレクタ電圧を基準にすると、出力電圧 e_{o1} を、入力電圧 e_{i1} を用いて表現せよ。

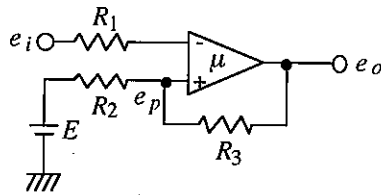
(3) 回路の電圧増幅率 $A_v = \frac{e_{o1} - e_{o2}}{e_{i1} - e_{i2}}$ を求めよ。

電子回路

[4] オペアンプ回路について、以下の問いに答えよ。

(1) オペアンプの性能を示す指標の1つであるスルーレートを説明せよ。

(2) 下図のヒステリシスを持つ比較回路の不感帯電圧 V_H を求め、入出力関係を図示せよ。ただし、出力電圧 e_o の最大値は V 、最小値は $-V$ とする。

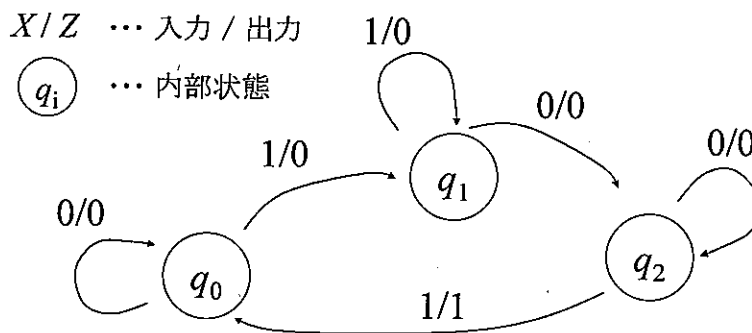


情報処理

[1] 以下の問いに答えよ。

- (1) 10ビットの2進数で表せる整数値の範囲を10進数で述べよ。但し、負の数は、2の補数を用いて表す。
- (2) 大きな数の2進数を表すとき、K(ケイ、キロ)、M(メガ)などを用いて表す。これに関して以下の問いに答えよ。
 - (a) Kは、10進数の10の3乗である1000と同じではなく、それに近い値の1024である。これは、2の何乗か答えよ。
 - (b) (a)と同様の考察を行い、Mは2の何乗か答えよ。
- (3) 64Kバイトのアドレス空間を1バイト単位で参照したい場合、アドレス信号線は、何本必要か。

[2] 下図の状態遷移図のとおり動作する順序回路を設計したい。以下の問いに答えよ。



- (1) 状態遷移表を書け。
- (2) Dフリップフロップを用いて回路を作成する場合、少なくとも、何個のDフリップフロップが必要かを説明せよ。
- (3) 出力に関する論理式と内部状態に関する論理式をそれぞれ求めよ。なお、カルノー図を用いてできるだけ簡単な式で表すこと。

[3] 以下のコンピュータに関連する用語について説明せよ。

- (1) アドレスデコーダ
- (2) RS ラッチ
- (3) 同期式5進アップカウンタ
- (4) オペレーティングシステム

情報処理

[4] 以下の文字列に関するC言語のプログラムについて各問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#define MAX_N 20

int my_strlen(char *str) {
    int len=0;
    _____ (a)
    return len;
}

void func_str(char *str) {
    int len, i;
    char tmp;
    len = my_strlen(str);
    printf("len = %d\n", len);
    for (i=0; i<len/2; i++) {
        tmp = str[i];
        str[i]=str[len-i-1];
        str[len-i-1] = tmp;
    }
}

int main(void) {
    char input_str[MAX_N];
    printf("Input = "); scanf("%s", input_str);
    func_str(input_str);
    printf(" func_str1 = %s\n", input_str);
    return 0;
}
```

- (1) `int my_strlen(char *str)` は、文字列の長さを戻り値に返す関数である。(a)の空欄に必要なステートメント(命令文等)を書け。なお、入力される文字列は、19文字以内とする。
- (2) `void func_str(char *str)` は、どのような処理を行っているかを具体的に説明せよ。
- (3) (b)の部分(for文の内側の3行分の命令文)を配列ではなく、ポインタを用いた表現で書き換えよ。