

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成22年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は2枚ある。
3. 解答用紙は、数学 ([1]), 数学 ([2]), 数学 ([3]), 数学 ([4]) の4枚および下書き用紙1枚の計5枚ある。
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

平成21年8月20日  
岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

## 数 学

[1] 以下の問いに答えよ。

(1)  $m$ 、 $n$ を正の整数とするとき、次の計算を行え。

$$\int_0^{2\pi} \sin mx \sin nx dx$$

(2)  $I_n = \int (\sin^{-1} x)^n dx$ とする。 $n > 2$ であるとき、 $t = \sin^{-1} x$ において部分積分法を用いることにより、次の漸化式を証明せよ。

$$I_n = x(\sin^{-1} x)^n + n\sqrt{1-x^2}(\sin^{-1} x)^{n-1} - n(n-1)I_{n-2}$$

(3)  $a > 0$ とするとき、次の重積分を計算せよ。

$$\iint_D xy dx dy$$

$$D: x \geq 0, y \geq 0, x^2 + 6y^2 \leq a^2$$

[2] 対称行列  $A$  について、以下の問いに答えよ。

(1)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  とするとき、 $A$  の最大固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

(2)  $A$  を対角化させる直交行列  $P$  の逆行列  $P^{-1}$  を求めよ。ここで、 $A$  の最大固有値以外の固有値に対する固有ベクトルは、 $\begin{bmatrix} s \\ -s \\ 0 \end{bmatrix}$  および  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$  である。ただし、 $s$  と  $t$  は 0 でない実数である。

(3) 対称行列の相異なる固有値に対する固有ベクトルは直交することを証明せよ。

## 数 学

[3]  $e^{y-y'x} = (y')^2$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $y' = \frac{dy}{dx}$  である。

- (1) 一般解を求めよ。
- (2) 特異解を求めよ。

[4]  $f(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  は、時間  $t$  の関数である。 $F(\omega)$ 、 $F_1(\omega)$ 、 $F_2(\omega)$  をそれぞれ  $f(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  のフーリエ変換とする。 $\omega$  は角周波数、 $j$  は虚数単位である。このとき、(1)、(2)、(3) を解け。

- (1) 式 (A) を利用して、式 (B) が成り立つことを示せ。
- (2) 次の  $f(t)$  に対するフーリエ変換を求めよ。

$$f(t) = e^{-|t|}$$

- (3) (1)と(2)の結果を利用して式 (C) を計算せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t)e^{j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(y)F_2(\omega - y) dy \quad (\text{A})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{f(t)\}^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{B})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{(1 + \omega^2)^2} \quad (\text{C})$$

岡山大学大学院自然科学研究科  
平成22年度博士前期課程入学試験問題  
機械システム工学専攻システム系

専門科目

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は力学2枚、制御工学2枚、生産管理2枚、電子回路2枚、情報処理2枚の計10枚ある。
3. 解答用紙は、次の3つの冊子がある。
  - (1)力学の冊子：力学（必須）[1]、力学（必須）[2]、下書き用紙1枚、計3枚
  - (2)選択科目（その1）の冊子：選択科目（その1）[1]、選択科目（その1）[2]、選択科目（その1）[3]、選択科目（その1）[4]、選択科目（その1）[5]、下書き用紙1枚、計6枚
  - (3)選択科目（その2）の冊子：選択科目（その2）[1]、選択科目（その2）[2]、選択科目（その2）[3]、選択科目（その2）[4]、選択科目（その2）[5]、下書き用紙1枚、計6枚
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 力学は必須科目であり、全員が解答すること。制御工学、生産管理、電子回路、情報処理は選択科目であり、2科目を選択して解答すること。選択科目名の欄に選択した科目の名前を記入すること。
6. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
7. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

平成21年8月20日  
岡山大学大学院自然科学研究科  
機械システム工学専攻システム系

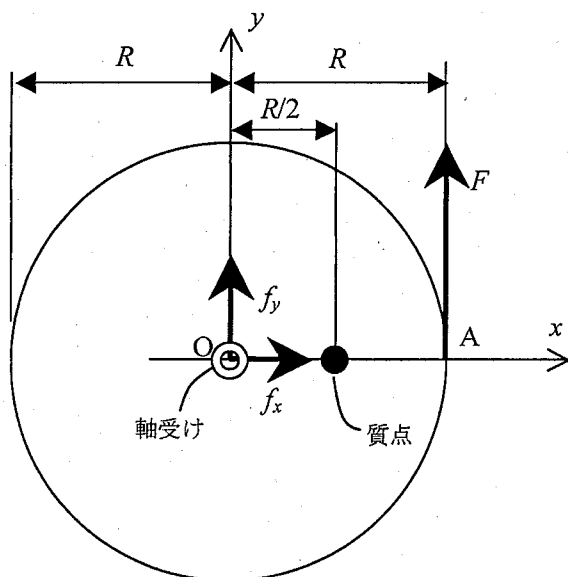
## 力 学

[1] 半径  $R$ 、質量  $m$  の一様な円板の中心から  $R/2$  の位置に質量  $m$  の質点が固定された剛体がある。この剛体が垂直平面内を、円板の中心点  $O$  において摩擦なく滑らかに回転するように、剛体を図(a)に示すように回転軸で支える。この剛体が回転軸からうける力の水平、垂直方向の成分をそれぞれ  $f_x$ 、 $f_y$  とする。水平方向に  $x$  軸、鉛直上方に  $y$  軸をとる。剛体の回転を図(b)に示すように、 $x$  軸から時計回りに測った質点の傾き角  $\theta$  で表わすことにする。重力加速度を  $g$  とする。

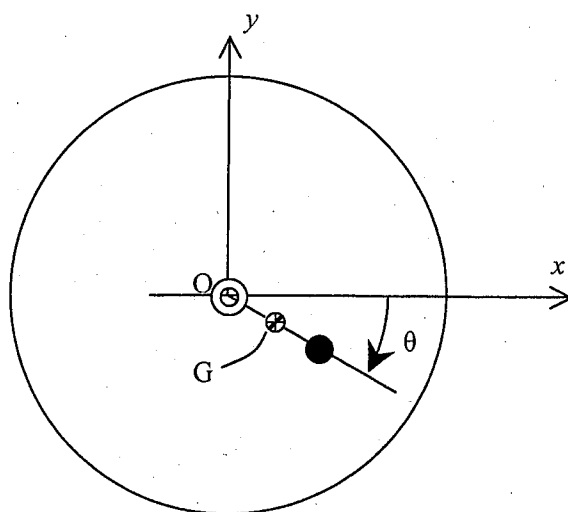
- (1) 図(a)に示すように、 $\theta = 0 [^\circ]$  の姿勢で剛体が静止するように、剛体の端に垂直上向きの力  $F$  を与える。このときの力  $F$ 、および、剛体が回転軸から受ける力  $f_x$ 、 $f_y$  をそれぞれ求めよ。
- (2) この剛体の点  $O$  周りの慣性モーメントが  $3mR^2/4$  となることを示せ。この際、円板の慣性モーメントを導く過程も示せ。
- (3) 円板の中心  $O$  からこの剛体の重心  $G$  までの距離を求めよ。

上記設問(1)の状態から加えていた力  $F$  を静かに取り除くと、剛体は図(b)に示すように回転を始める。

- (4) 力  $F$  を除いた瞬間の剛体の角加速度  $\ddot{\theta}$  を求めよ。
- (5) 力  $F$  を除いた瞬間に剛体の重心  $G$  は  $-y$  方向に動き出すが、その加速度を求めよ。上記設問(3)、(4)の結果を利用して答えよ。
- (6) (5)の結果を利用して、この剛体の重心に関する  $y$  軸方向の運動方程式を立て、力  $F$  を除いた瞬間に剛体が回転軸から受ける力の垂直軸成分  $f_y$  を求めよ。
- (7) その後剛体が回転を続け、 $\theta = 90 [^\circ]$  の状態に達した瞬間の角速度  $\dot{\theta}$  を求めよ。



図(a)



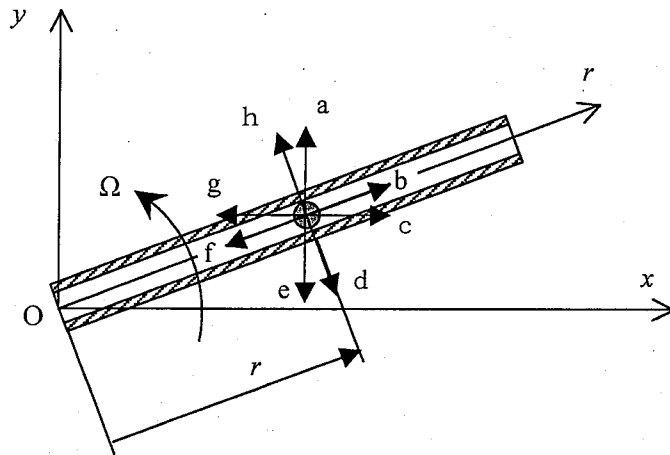
図(b)

## 力 学

[2] 図に示すように水平面内を点Oを中心として一定の角速度 $\Omega$ で回転している中空の管の中を、質量 $m$ の質点が管軸方向に移動する。この質点は、時刻 $t=0$ において、管内部の $r=r_0$ の位置から、管に沿って初速度 $v_0$ で径方向に発射される。質点と管の内壁の間の動摩擦係数を $\mu$ とする。管軸方向に $r$ 軸をとり、時刻 $t$ における質点の位置、速度、加速度をそれぞれ、 $r$ 、 $\dot{r}$ 、 $\ddot{r}$ で表すことにする。

$r$  軸座標系(非慣性座標系)を用いて、下記の問いに沿って質点の動きを考えよ。

- (1) 質点が $r$ の位置を $\dot{r}$ の速度で $r$ 軸方向に移動するとき、質点に働く慣性力として、大きさが $mr\Omega^2$ の遠心力と、大きさが $2m\dot{r}\Omega$ のコリオリ力が発生する。図に示す矢印a~hの中から遠心力とコリオリ力の向きを示すのに最もふさわしいものを選び、それぞれa~hの記号で答えよ。
- (2) このとき、質点が管から受ける動摩擦力の大きさと向きを示せ。向きはa~hの矢印の中から最も近いものを選べ。動摩擦は、コリオリ力によって質点が管内壁に押し付けられる力によって発生するものとする。
- (3)  $r$  軸方向の質点の運動方程式を立てよ。
- (4)  $r_0=0.1[\text{m}]$ 、 $v_0=0.1[\text{m/s}]$ 、 $\Omega=\sqrt{2}[\text{rad/s}]$ 、 $\mu=\sqrt{2}/4$ 、 $m=0.1[\text{kg}]$ として、上記設問(3)で示した運動方程式を解き、質点の位置 $r$ を時間 $t$ の関数として示せ。



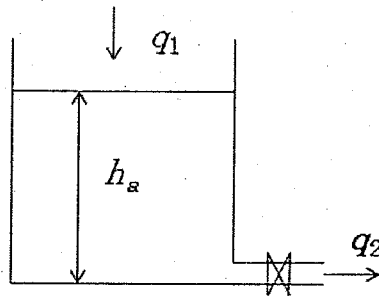
## 制御工学

[1] 自動制御の産業応用への原点はワットの蒸気機関用调速機（ガバナ）であるとされる。このガバナの基本構造と動作原理を、図を描いて説明せよ。

[2] 図に示す液面系について、次の問いに答えよ。

- (1) 流出側絞りを通過する流出流量  $q_2$  と液位  $h_a$  は非線形な関係にある。まず、この関係を示し、これを平衡状態の近傍で線形化せよ。
- (2) (1)の結果を利用して、流入流量  $q_1$  の変化量を入力、これに対する液位  $h_a$  の変化量を出力とする伝達関数を求めよ。

解答において必要な変数は各自定義して使用すること。



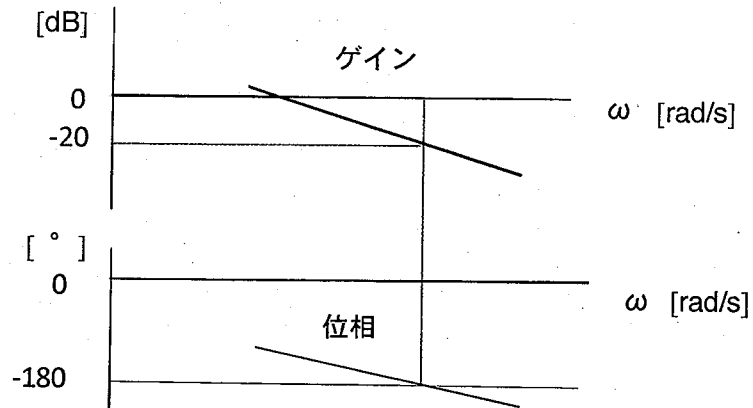
[3] 下記の伝達関数で表される2次遅れ要素の共振周波数  $\omega_p$  およびピークゲイン  $M_p$  を求めよ。

ここで、 $\zeta$  は減衰係数比、 $\omega_n$  は固有角周波数である。

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

## 制御工学

- [4] ある直結フィードバック制御系の一巡伝達関数の位相交差周波数付近のボード線図が図のように表され、ゲイン余裕が 20 [dB] である。この状態で高さ 1 のステップ入力に対する定常偏差が 0.2 であった。この制御系において、位相は変化させずに安定限界ぎりぎりまで位置偏差定数（定常ゲイン）を増加させたとき、高さ 1 のステップ入力に対する定常偏差はいくらまで小さくできるか。



- [5] PID 補償器のパラメータを求める方法としてジューグラー・ニコルスの 2 つの調整則が知られている。これら 2 つはどのような方法であるか、それぞれについて説明せよ。



## 生産管理

- [1] 生産において、重要になる管理がいくつかあるが、そのうちの2つをあげて各々を説明せよ。
- [2] 設備更新問題で、 $n$  期間ごとに設備を取替えていく方針をとるとする。未来に支払う運転費用や設備費の現在価値を求めるための式を導出するために、下記の問題に答えよ。ただし、新設備の設備費を  $A$  円、第  $i$  期の設備の運転費用を  $C_i$  円、金利（1 期間ごと）を  $100r\%$ 、設備更新の期間を  $n$  とし、 $C_i$  は各期末に支払われるとする。
- (1) 第 1 期の運転費用の現在価値を求めよ。
  - (2) 設備の可動期間たる第 1 期から第  $n$  期までの  $n$  期間にわたる設備費および運転費用の現在価値の導出式を求めよ。
  - (3) 第 2 番目の設備の可動期間たる第  $(n+1)$  期から第  $2n$  期までの  $n$  期間にわたる設備費および運転費用の現在価値の導出式を求めよ。

## 生産管理

[3] 次の問い(1)と(2)に答えよ。

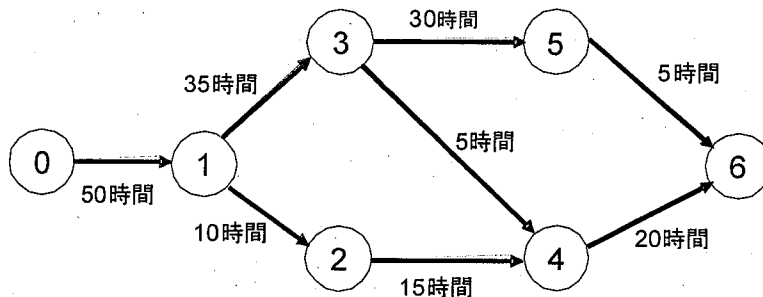
(1) 製品 A を 1 個作ると  $a$  万円、製品 B を 1 個作ると 3 万円の利益が得られる。製品 A を作るには、部品 1、部品 2 がそれぞれ 3 個、1 個必要になる。製品 B を作るには、部品 1、部品 2 がそれぞれ 2 個、1 個必要になる。また、部品 1 は 60 個まで、部品 2 は 25 個までしか供給できないものとする。利益を最大にする製品 A、B の生産個数が、それぞれ 10 個、15 個となるために、変数  $a$  ( $a > 0$ ) が満たさねばならない条件を求めよ。計算プロセスも示すこと。

(2) 次の各動作に対するサブリック記号を書け。ただし、手指の動作に関しては、片手のみの動作として考えよ。

1)部品を探す。2)部品を見つける。3)部品に手を伸ばす。4)部品をつかむ。5)部品を組み立て位置まで運ぶ。6)部品の良否を検査する。7)部品を持ち直す。8)部品を組み立てるために位置決めする。9)部品を組み立てる。10)部品から手を離す。

[4] 次の問い(1)と(2)に答えよ。

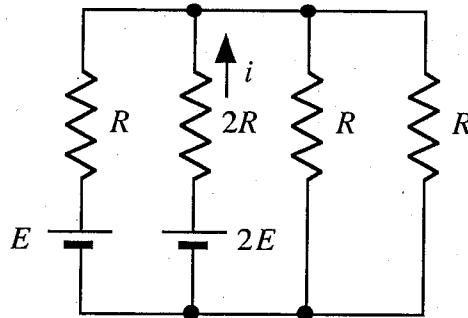
(1) 次の PERT ネットワークについて最早結合点時刻、最遅結合点時刻を計算し、クリティカル・パスを求めよ。



(2) ある機械の停止率  $P$  の推定値 30%を信頼度 99%、相対誤差 (精度)  $\pm 10\%$ で求めるには、何回の観測回数が必要か。計算プロセスも示すこと。

## 電子回路

[1] 図の直流回路において、抵抗 ( $2R$ ) に流れる電流  $i$  (上向きを正とする) を、重ね合わせの理を用いて求めよ。



[2] デジタル IC の入出力電圧特性について、下記の表を参考にして、以下の問いに答えよ。

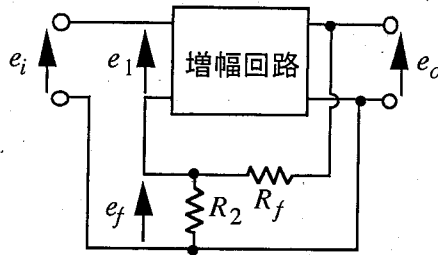
IC	$V_{ILmax}$ [V]	$V_{IHmin}$ [V]	$V_{OLmax}$ [V]	$V_{OHmin}$ [V]
A	0.8	2.0	0.4	2.7
B	1.0	3.5	0.1	4.9

$V_{ILmax}$  : L レベルと認識される入力電圧の最大値  
 $V_{IHmin}$  : H レベルと認識される入力電圧の最小値  
 $V_{OLmax}$  : 保証される L レベル出力電圧の最大値  
 $V_{OHmin}$  : 保証される H レベル出力電圧の最小値

- (1) A の IC の L レベルと H レベルのそれぞれについて、ノイズマージンを求めよ。
- (2) A の IC の出力端子と B の IC の入力端子を接続する際は、そのまま接続すると誤動作の可能性はある。それはなぜか説明せよ。また、誤動作を防止する対策についても述べよ。

## 電子回路

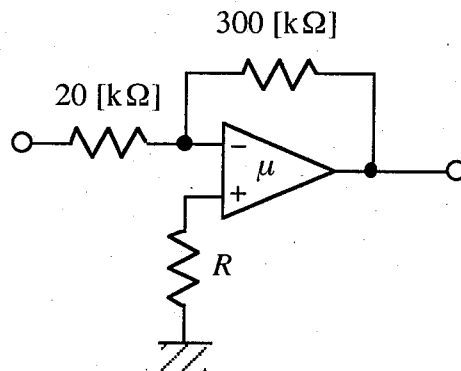
[3] 図の負帰還増幅回路において、以下の問いに答えよ。



- (1) 負帰還を用いる利点について、「入出力インピーダンスを変化させることができる」以外に2つ挙げよ。
- (2) 負帰還増幅回路の入力インピーダンス  $Z_{if}$  を求めよ。ただし、図中の増幅回路の電圧増幅率、入力インピーダンスをそれぞれ  $A$ 、 $Z_i$  とする。

[4] 図のオペアンプ回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) オペアンプの重要な特性であるバーチャルショートを説明せよ。
- (2) 図のオペアンプ回路の電圧増幅率を、バーチャルショートの特性を用いて求めよ。
- (3) 図の抵抗  $R$  の値は、通常どのような値とするかを説明せよ。

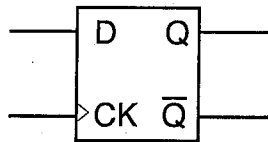


## 情報処理

[1] 10進数の0.3を2進数に変換すると、循環小数となることを示せ。

[2] Dフリップフロップを用いた同期式3進アップカウンタについて、以下の問いに答えよ。

- (1) 3進アップカウンタの状態遷移表を書き、各Dフリップフロップについて、現在の状態から次の状態を求める関係式を導出せよ。
- (2) 回路図を描け。ただし、Dフリップフロップは以下の記号を用いること。



- (3) (2)で描いた回路について、5クロック分のタイムチャートを描け。ただし、クロックの立ち上がりで動作するものとする。

[3] 以下の問いに答えよ。

- (1) 構造化プログラミングの3つの制御構造を説明せよ。
- (2) コンピュータが実行するソフトウェアには、大きく分けて、オペレーティングシステムとアプリケーションソフトウェアがある。オペレーティングシステムの役割について説明せよ。

## 情報処理

- [4] 下記の C 言語のプログラムは、ランダムにメンバー全員に係を割り振るプログラムである。以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <time.h>
#define MEMBER_NUM 5
#define NAME_NUM 10

struct member_st{
    char name[NAME_NUM];
    int check; /* 0 : 係に当たっていない。1 : 係に当たっている。*/
} member[MEMBER_NUM];
char code[MEMBER_NUM][NAME_NUM]={"Mike", "Tom", "Susan", "Jackson", "John"};
char work[MEMBER_NUM][NAME_NUM]={"日直", "掃除係", "お茶係", "花係", "その他"};

int who(int num){
    return rand() % num; /* 0~num-1 の擬似乱数の発生 */
}

int main(void){
    int i, num;
    for(i=0; i<MEMBER_NUM; i++){
        member[i].check = 0;
        strcpy(member[i].name, code[i]);
    }
    srand((unsigned)time(NULL)); /* 擬似乱数の初期値設定 */
    for(i=0; i<MEMBER_NUM; i++){ /* 係を日直から順番に割り当てていく。 */
        do{
            (A)
        }while( (B) ); /* 既に係に当たっていないかを確認する。 */
        (C)
        printf("%7s : %7s¥n", work[i], member[num].name);
    }
    return 0;
}
```

- (1) プログラムが完成するように、空欄(A)~(C)に埋めるべき命令文を書け。
- (2) 上記のプログラムには、文字列が使われている。文字列は、数値の配列と異なる点があるが、それについて詳しく説明せよ。
- (3) #で始まる命令文は、通常の命令文と異なる。何が異なるか説明せよ。